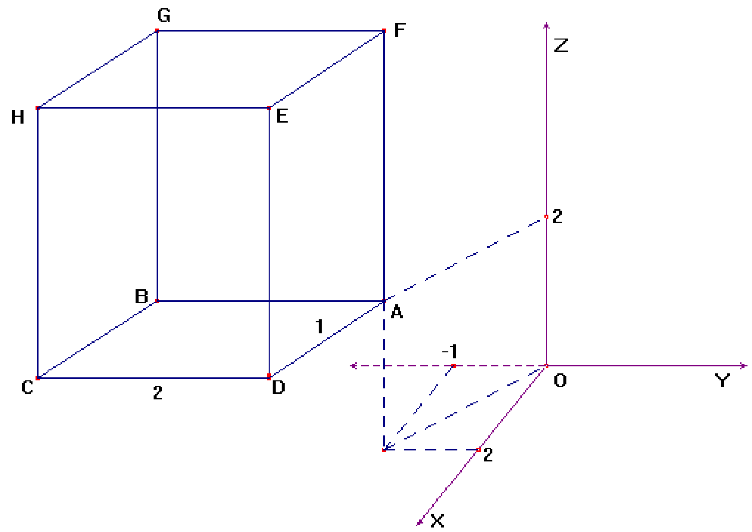
LISTA DE EXERCÍCIOS

VETORES: TRATAMENTO ALGÉBRICO

01) A figura abaixo representa um paralelepípedo retângulo de arestas paralelas aos eixos coordenados e de medidas 2,1 e 3. Determinar as coordenadas dos vértices deste sólido, sabendo que A (2, –1,2).



RESP: B(2, –3,2), C(3, –3,2) , D(3, –1,2), E(3, –1,5), F(2, –1,5), G(2, –3,5), H(3, –3,5)

02) Determine x para que se tenha $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, sendo A (x,1), B(4,x+3), C(x,x+2) e D(2x,x+6).

RESP: x=2

03) Escreva o vetor (7,–1), como a soma de dois vetores, um paralelo ao vetor (1,–1) e outro paralelo ao vetor (1,1).

RESP: x = 3 e y = 4

04) Dados A(–1,–1) e B(3,5), determinar C, tal que

a) $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. **RESP:** a) x = 1 e y = 2 b) $x = \frac{5}{3}$ e y =3

05)Sabendo que A (1,–1), B(5,1) e C(6,4) são vértices de um paralelogramo,determinar o quarto vértices de cada um dos três paralelogramos possíveis de serem formados.

RESP: (2,2), (0,−4), e (10,6)

06) Dados os vetores $\vec{u}$=(3,2), $\vec{v}$=(2,4) e $\vec{w}$=(1,3), exprimir $\vec{w}$ como a combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

RESP: $\vec{w} = -\frac{1}{4}\vec{u} + \frac{7}{8}\vec{v}$

07) Dados os vetores $\vec{a}$=(2,–1) e $\vec{b}$=(1,3) , determinar um vetor $\vec{x}$, tal que:

a) $\frac{2}{3}\vec{x} + \frac{1}{2}\left[2(\vec{x}+\vec{a}) - \vec{b}\right] = \frac{\vec{a}+\vec{x}}{2}$

b) $4\vec{a} - 2\vec{x} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{\vec{x}+\vec{a}}{2}$

RESP: a) $\vec{x} = \left(-\frac{3}{7}, \frac{12}{7}\right)$ b) $\vec{x} = \left(\frac{52}{9}, -\frac{33}{9}\right)$

08) Dados os vetores $\vec{a}$=(–1,1,2) e $\vec{b}$=(2,0,4), determine o vetor $\vec{v}$, tal que:

a) $\frac{2\vec{v}}{3} - \left[2(\vec{v}+\vec{a}) - \vec{b}\right] = \frac{\vec{a}-\vec{v}}{2}$

b) $\frac{2}{3}\vec{v} - \left[2(\vec{v}+\vec{a}) - \vec{b}\right] = \frac{\vec{b}}{4} - \frac{\vec{v}-\vec{a}}{2}$

RESP: a) $\vec{v} = \left(\frac{27}{5}, -3, -\frac{6}{5}\right)$ b) $\vec{v} = \left(\frac{24}{5}, -3, -\frac{12}{5}\right)$

09)Sendo A(1, –1,3) e B(3,1,5), até que ponto se deve prolongar o segmento AB, no sentido de A para B, para que seu comprimento quadruplique de valor?

RESP: (9,7,11)

10) Sendo A(–2,1,3) e B(6, –7,1) extremidades de um segmento, determinar:

a) os pontos C , D e E, nesta ordem, que dividem o segmento AB em quatro partes de mesmo comprimento;

b) os pontos F e G, nesta ordem que dividem o segmento AB em três partes de mesmo comprimento.

RESP: a)$C\left(0,-1,\frac{5}{2}\right)$, $D(2,-3,2)$ e $E\left(4,-5,\frac{3}{2}\right)$ **;**

b) $F\left(\frac{2}{3},-\frac{5}{3},\frac{7}{3}\right)$ e $G\left(\frac{10}{3},-\frac{13}{3},\frac{5}{3}\right)$.

11)Dadas as coordenadas, x=4, y=–12, de um vetor $\vec{v}$ do $\Re^3$, calcular sua terceira coordenada z, de maneira que $\|\vec{v}\| = 13$

RESP: z=$\pm$ 3

12) Sejam os pontos M(1,–2,–2) e P(0,–1,2), determine um vetor $\vec{v}$ colinear à $\overrightarrow{PM}$ e tal que $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$

RESP: $\vec{v} = \left(\pm\frac{1}{\sqrt{6}},\mp\frac{1}{\sqrt{6}},\mp\frac{4}{\sqrt{6}}\right)$

13) Determine um vetor $\vec{x}$ de módulo igual a 4 e com a mesma direção que o vetor $\vec{v}=6\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

RESP: $\vec{x} = \left(\frac{24}{7},-\frac{8}{7},-\frac{12}{7}\right)$

14) No triângulo ABC, os vértices A (1,2), B(–2,3) e C(0,5):

a) classifique o triângulo;

b) calcular o comprimento da mediana AM. Sendo M o ponto médio do lado BC.

RESP: a) isósceles b) $\left|\left|\overrightarrow{AM}\right|\right| = 2\sqrt{2}$

15) Sejam $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Determine um versor dos vetores abaixo:

a) $\vec{a} + \vec{b}$ B) $2\vec{a} - 3\vec{b}$ c) $5\vec{a} + 4\vec{b}$

RESP: a) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{43}}(3,3,-5)$ b) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{17}}(-4,1,0)$ c) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{894}}(13,14,-23)$

16) Determine um vetor da mesma direção de $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ e que:

a) tenha norma (módulo) igual a 9;

b) seja o versor de $\vec{v}$;

c) tenha módulo igual a metade de $\vec{v}$.

RESP: a) $\vec{w} = 6(6,-3,6)$ b) $\vec{u} = \frac{1}{3}(2,-1,2)$ c) $\vec{p} = \frac{1}{2}(2,-1,2)$

17) Num paralelogramo ABCD sabe-se que A (1,3,–2) e que as diagonais são $\overrightarrow{AC} = (4,2,-3)$ e $\overrightarrow{BD} = (-2,0,1)$. Calcule as coordenadas dos outros três vértices.

RESP: C(5,5,–5) ,B(4,4,–4) e D(2,4,–3)

18) Dados os vetores $\vec{a} = (3,-2,1)$, $\vec{b} = (-1,1,-2)$ e $\vec{c} = (2,1,-3)$, determinar as coordenadas do vetor $\vec{v} = (11,-6,5)$ na base $\beta = \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$.

RESP: $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

19)Escreva o vetor $\vec{v} = (4,-1,0)$, na base $\beta = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$,sendo $\vec{v}_1 = (1,0,0)$, $\vec{v}_2 = (3,2,1)$ e $\vec{v}_3 = (-1,-1,1)$.

RESP: $\vec{v} = \frac{16}{3}\vec{v}_1 - \frac{1}{3}\vec{v}_2 + \frac{1}{3}3\vec{v}_3$

20)Dois vetores $\vec{a} = (2,-3,6)$ e $\vec{b} = (-1,2,-2)$, tem uma mesma origem. Calcular as coordenadas do vetor $\vec{c}$ sobre a bissetriz do ângulo formado pelos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$,sabendo que $||\vec{c}|| = 3\sqrt{42}$.

RESP: $\vec{c} = (\mp 3, \pm 15, \pm 12)$

21) Dados os vetores $\vec{a}=(1,-1,0)$, $\vec{b}=(3,-1,1)$, $\vec{c}=(2,2,1)$ e $\vec{d}=(4,-3,1)$. Determinar o vetor $\vec{v}=(x,y,z)$, tal que : $(\vec{v}+\vec{a}) \,//\, \vec{b}$ e $(\vec{v}+\vec{c}) \,//\, \vec{d}$.

RESP: $\vec{v}=(-10,4,-3)$