



CENTRO PAULA SOUZA

GOVERNO DO ESTADO
DE SÃO PAULO

Fatec

Itaquera
Prof. Miguel Reale

CURSO: Fabricação

Disciplina	Cálculo 2		Professor(a)	Luis Carlos Barbosa Oliveira	
Aluno(a)				RM	
Semestre	2º	Turno		Data	
Avaliação Oficial – P1 - B				Nota	

INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO: PROVA ESCRITA-SEM CONSULTA

DURAÇÃO 120 MINUTOS

INSTRUÇÕES PARA A PROVA : Respostas à tinta. Numerar as páginas. Responder em qualquer ordem desde que indicadas. Identificar em todas as folhas: nome, semestre, turno, curso e disciplina.

Objetivo: Avaliar conhecimentos sobre de integrais indefinidas e definidas;

Conteúdos: Integrais indefinidas e definidas; Teorema Fundamental do Cálculo, cálculo de áreas e de volumes de sólido de revolução, de regiões limitadas por funções.

Habilidades: Calcular integrais indefinidas e definidas e aplicar este conceito no cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução.

Questões:

Questão 1) (2,0 pontos) Calcule as integrais indefinidas, dadas abaixo:

$$a) \int 3u^2 + 2u + 1 \, du =$$

$$= \int 3u^2 \, du + \int 2u \, du + \int 1 \, du =$$

$$= 3 \int u^2 \, du + 2 \int u \, du + \int du =$$

$$= 3 \frac{u^3}{3} + 2 \frac{u^2}{2} + u =$$

$$= u^3 + u^2 + u + C$$

$$b) \int x^2(x^2 - x) \, dx = \int (x^4 - x^3) \, dx =$$

$$= \int x^4 \, dx - \int x^3 \, dx =$$

$$= \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + C$$

Questão 2) (2,0 pontos) Calcule as integrais indefinidas abaixo, por substituição:

a) $\int \frac{2w}{w^2-5} dw$

b) $\int \frac{x}{2} \cdot \cos(x^2) dx$

a) $\int \frac{2w}{w^2-5} dw = \int \frac{2w dw}{w^2-5} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| =$

$u = w^2 - 5 \rightarrow du = 2w dw$

$= \ln|w^2 - 5| + C$

b) $\int \frac{x}{2} \cdot \cos(x^2) dx = \frac{1}{2} \int x \cos(x^2) dx =$

$u = x^2 \rightarrow du = 2x dx$
 $\frac{du}{2} = x dx$

$= \frac{1}{2} \int \cos u \frac{du}{2} = \frac{1}{4} \int \cos u du = \frac{1}{4} \text{sen}(u) =$

$= \frac{1}{4} \text{sen}(x^2) + C$

Questão 3) (2,0 pontos) Calcule as integrais indefinidas abaixo, por partes

a) $\int 2x^2 \cdot \text{sen} x \, dx$

b) $\int x e^{2x} \, dx$

$$a) \int 2x^2 \cdot \text{sen} x \, dx = 2 \int x^2 \cdot \text{sen} x \, dx = 2 \left[-\cos(x) \cdot x^2 - \int -\cos x \cdot 2x \, dx \right]$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x \, dx$$

$$dv = \text{sen} x \, dx \Rightarrow v = \int \text{sen} x \, dx$$

$$v = -\cos x$$

$$= -2x^2 \cos x + 2 \int 2x \cos x \, dx = -2x^2 \cos x + 4 \int x \cos x \, dx =$$

$$u = x \rightarrow du = dx$$

$$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = \int \cos x \, dx$$

$$v = \text{sen} x$$

$$= -2x^2 \cos x + 4 \left[x \text{sen} x - \int \text{sen} x \, dx \right] = -2x^2 \cos x + 4x \text{sen} x - 4 \int \text{sen} x \, dx$$

$$= -2x^2 \cos x + 4x \text{sen} x + 4 \cos x + C$$

$$b) \int x e^{2x} \, dx = \frac{x e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2} \, dx = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \int e^{2x} \, dx =$$

$$u = x \rightarrow du = dx$$

$$dv = e^{2x} \, dx \rightarrow v = \int e^{2x} \, dx = \int e^w \frac{dw}{2} = \frac{1}{2} \int e^w \, dw = \frac{1}{2} e^w = \frac{e^{2x}}{2}$$

$$w = 2x \rightarrow dw = 2 \, dx$$

$$\frac{dw}{2} = dx$$

$$= \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x}}{2} = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + C$$

Questão 4) (2,0 pontos) Calcule as integrais definidas abaixo:

a) $\int_0^1 (x^2 + 3x) dx$

b) $\int_0^1 (x+1)^4 dx$

$$a) \int_0^1 (x^2 + 3x) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \Big|_0^1 \right] = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \right) - (0) = \boxed{\frac{11}{6}}$$

$$b) \int_0^1 (x+1)^4 dx = \int_0^1 u^4 du = \left[\frac{u^5}{5} \Big|_0^1 \right] = \left[\frac{(x+1)^5}{5} \Big|_0^1 \right] =$$

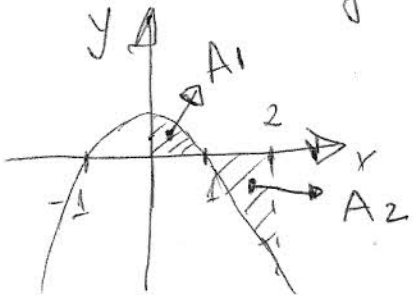
$$u = x+1 \rightarrow du = dx$$

$$= \left(\frac{2^5}{5} \right) - \left(\frac{1^5}{5} \right) = \frac{32}{5} - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{31}{5}}$$

Questão 5) (2,0 pontos) Calcule a área da região limitada pela função $y = -x^2 + 1$, pelo eixo x, e pelas retas $x = 0$ e $x = 2$.

$$y = -x^2 + 1 \rightarrow 0 = -x^2 + 1$$

$$x^2 = 1 \rightarrow x' = -1 \text{ e } x'' = 1$$



$$\Rightarrow A_T = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \int_0^1 (-x^2 + 1) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x \Big|_0^1 \right] = \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) - (0) = \frac{2}{3} \text{ uA}$$

$$A_2 = -\int_1^2 (-x^2 + 1) dx = -\left[-\frac{x^3}{3} + x \Big|_1^2 \right] = -\left[\left(-\frac{8}{3} + 2 \right) - \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) \right] =$$

$$= -\left[-\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} \right) \right] = -\left[-\frac{4}{3} \right] = \frac{4}{3} \text{ uA}$$

$$A_T = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ uA}$$