

Exercícios sobre Produto Vetorial

Prof Luis Carlos – Geometria Analítica – Fabricação

Problemas Propostos

1) Se $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{w} = -\vec{i} + \vec{k}$, determinar

- | | | |
|---|--|--|
| a) $ \vec{u} \times \vec{u} $ | e) $(\vec{u} - \vec{v}) \times \vec{w}$ | i) $\vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$ |
| b) $(2\vec{v}) \times (3\vec{v})$ | f) $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$ | j) $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{v}$ |
| c) $(\vec{u} \times \vec{w}) + (\vec{w} \times \vec{u})$ | g) $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$ | k) $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$ |
| d) $(\vec{u} \times \vec{v}) \times (\vec{v} \times \vec{u})$ | h) $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w})$ | l) $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$ |

2) Efetuar

- | | | |
|---|---|--|
| a) $\vec{i} \times \vec{k}$ | e) $(3\vec{i}) \cdot (2\vec{j})$ | i) $(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{k}$ |
| b) $\vec{j} \times (2\vec{i})$ | f) $(3\vec{i}) \times (2\vec{j})$ | j) $(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{j}$ |
| c) $(3\vec{i}) \times (2\vec{k})$ | g) $\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{i})$ | k) $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{j})$ |
| d) $\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k})$ | h) $\vec{j} \cdot (\vec{j} \times \vec{k})$ | l) $(\vec{j} \times \vec{k}) \cdot \vec{i}$ |

3) Dados os pontos A(2, 1, -1), B(3, 0, 1) e C(2, -1, -3), determinar o ponto D tal que $\vec{AD} = \vec{BC} \times \vec{AC}$.

7) Levando em conta a Figura 3.13, calcular

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) $\vec{OF} \times \vec{OD}$ | d) $\vec{EC} \times \vec{EA}$ |
| b) $\vec{AC} \times \vec{FA}$ | e) $\vec{OA} \cdot (\vec{OC} \times \vec{OE})$ |
| c) $\vec{AB} \times \vec{AC}$ | f) $\vec{GB} \times \vec{AF}$ |

8) Sejam os vetores $\vec{u} = (1, -2, 1)$, $\vec{v} = (1, 1, 1)$ e $\vec{w} = (1, 0, -1)$.

- Utilizar o produto escalar para mostrar que os vetores são, dois a dois, ortogonais.
- Utilizar o produto vetorial para mostrar que o produto vetorial de quaisquer dois deles é paralelo ao terceiro vetor.
- Mostrar que $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{0}$

9) Determinar um vetor simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{u} + 2\vec{v}$ e $\vec{v} - \vec{u}$, sendo $\vec{u} = (-3, 2, 0)$ e $\vec{v} = (0, -1, -2)$.

10) Obter um vetor ortogonal ao plano determinado pelos pontos A(2, 3, 1), B(1, -1, 1) e C(4, 1, -2).

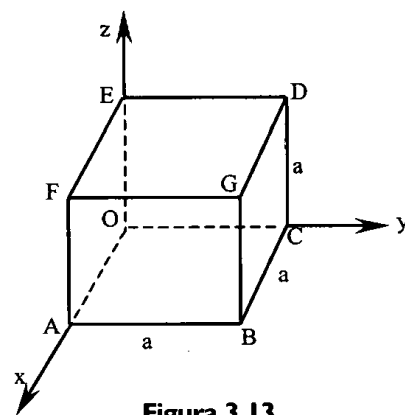


Figura 3.13

13) Determinar um vetor de módulo 2 ortogonal a $\vec{u} = (3, 2, 2)$ e a $\vec{v} = (0, 1, 1)$.

14) Com base na Figura 3.14, calcular

a) $|\vec{AB} \times \vec{AD}|$

b) $|\vec{BA} \times \vec{BC}|$

c) $|\vec{AB} \times \vec{DC}|$

d) $|\vec{AB} \times \vec{CD}|$

e) $|\vec{BD} \times \vec{AC}|$

f) $|\vec{BD} \times \vec{CD}|$

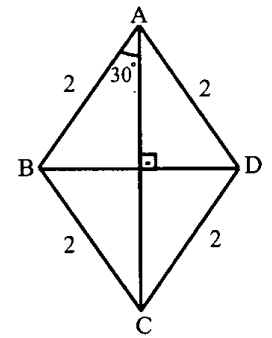


Figura 3.14

15) Sendo $|\vec{u}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{v}| = 4$ e 45° o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} , calcular

a) $|2\vec{u} \times \vec{v}|$

b) $\left| \frac{2}{5}\vec{u} \times \frac{1}{2}\vec{v} \right|$

16) Determinar $\vec{u} \cdot \vec{v}$, sabendo que $|\vec{u} \times \vec{v}| = 12$, $|\vec{u}| = 13$ e \vec{v} é unitário.

24) Calcular a área do triângulo ABC e a altura relativa ao lado BC, sendo dados

a) $A(-4, 1, 1)$, $B(1, 0, 1)$ e $C(0, -1, 3)$

b) $A(4, 2, 1)$, $B(1, 0, 1)$ e $C(1, 2, 0)$

25) Encontrar um vetor ortogonal ao plano determinado pelos pontos P, Q e R e calcular a área do triângulo PQR.

a) $P(3, 0, 0)$, $Q(0, 3, 0)$, $R(0, 0, 2)$

b) $P(2, 3, 0)$, $Q(0, 2, 1)$, $R(2, 0, 2)$

26) Calcular z, sabendo-se que $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ e $C(0, 0, z)$ são vértices de um triângulo de área 6.

27) Dados os pontos $A(2, 1, -1)$ e $B(0, 2, 1)$, determinar o ponto C do eixo Oy de modo que a área do triângulo ABC seja 1,5 u.a.

Respostas de Problemas Propostos

1) a) $\vec{0}$

d) $\vec{0}$

g) $(-6, -20, 1)$

j) 0

b) $\vec{0}$

e) $(-5, 0, -5)$

h) $(8, -2, 13)$

k) 5

c) $\vec{0}$

f) $(-1, -23, -1)$

i) $(8, -2, 13)$

l) 5

2) a) $-\vec{j}$

e) 0

i) $\vec{0}$

b) $-2\vec{k}$

f) $6\vec{k}$

j) $-\vec{i}$

c) $-6\vec{j}$

g) 0

k) $\vec{0}$

d) 1

h) 0

l) 1

3) D $(-4, -1, 1)$

- 7) a) $(-a^2, -a^2, a^2)$ c) $(0, 0, a^2)$ e) a^3
 b) $(-a^2, -a^2, 0)$ d) $(-a^2, -a^2, -a^2)$ f) $\vec{0}$
- 9) Um deles: $(\vec{u} + 2\vec{v}) \times (\vec{v} - \vec{u}) = (-12, -18, 9)$
- 10) Um deles: $\overline{AB} \times \overline{AC} = (12, -3, 10)$
- 13) $(0, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ou $(0, -\sqrt{2}, \sqrt{2})$
- 14) a) $2\sqrt{3}$ c) 0 e) $4\sqrt{3}$
 b) $2\sqrt{3}$ d) 0 f) $2\sqrt{3}$
- 15) a) 16 b) $\frac{8}{5}$
- 16) 5 ou -5
- 24) a) $\sqrt{35}$ e $\frac{2\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$ b) $\frac{7}{2}$ e $\frac{7}{\sqrt{5}}$
- 25) a) $t(2, 2, 3), t \in \mathbb{R}$ e $\frac{3\sqrt{17}}{2}$ b) $t(1, 4, 6), t \in \mathbb{R}$ e $\frac{\sqrt{53}}{2}$.
- 26) 4 ou -4
- 27) C $(0, 1, 0)$ ou C $(0, \frac{5}{2}, 0)$