

Exercícios sobre produto escalar

Prof Luis Carlos – Geometria Analítica – Fabricação

- Dados os vetores $\vec{u} = (2, -3, -1)$ e $\vec{v} = (1, -1, 4)$, calcular
 - $2\vec{u} \cdot (-\vec{v})$
 - $(\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$
 - $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$
 - $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} - \vec{u})$
- Sejam os vetores $\vec{u} = (2, a, -1)$, $\vec{v} = (3, 1, -2)$ e $\vec{w} = (2a - 1, -2, 4)$. Determinar a de modo que $\vec{u} \cdot \vec{v} = (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} + \vec{w})$.
- Dados os pontos A(4, 0, -1), B(2, -2, 1) e C(1, 3, 2) e os vetores $\vec{u} = (2, 1, 1)$ e $\vec{v} = (-1, -2, 3)$, obter o vetor \vec{x} tal que
 - $3\vec{x} + 2\vec{v} = \vec{x} + (\overline{AB} \cdot \vec{u})\vec{v}$
 - $(\overline{BC} \cdot \vec{v})\vec{x} = (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{v} - 3\vec{x}$.
- Determinar o vetor \vec{v} , paralelo ao vetor $\vec{u} = (2, -1, 3)$, tal que $\vec{v} \cdot \vec{u} = -42$.
- Determinar o vetor \vec{v} , sabendo que $|\vec{v}| = 5$, \vec{v} é ortogonal ao eixo Ox, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 6$ e $\vec{w} = \vec{i} + 2\vec{j}$.
- Determinar o vetor \vec{v} , ortogonal ao eixo Oy, $\vec{v} \cdot \vec{v}_1 = 8$ e $\vec{v} \cdot \vec{v}_2 = -3$, sendo $\vec{v}_1 = (3, 1, -2)$ e $\vec{v}_2 = (-1, 1, 1)$.
- Dados os vetores $\vec{u} = (1, 2, -3)$, $\vec{v} = (2, 0, -1)$ e $\vec{w} = (3, 1, 0)$, determinar o vetor \vec{x} tal que $\vec{x} \cdot \vec{u} = -16$, $\vec{x} \cdot \vec{v} = 0$ e $\vec{x} \cdot \vec{w} = 3$.
- Sabendo que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$, calcular
 - $(\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot \vec{u}$
 - $(2\vec{v} - \vec{u}) \cdot (2\vec{v})$
 - $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} - 4\vec{u})$
 - $(3\vec{u} + 4\vec{v}) \cdot (-2\vec{u} - 5\vec{v})$
- Qual o valor de α para que os vetores $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} + (1 - 2\alpha)\vec{j} + 3\vec{k}$ sejam ortogonais?
- Dados os vetores $\vec{a} = (2, 1, \alpha)$, $\vec{b} = (\alpha + 2, -5, 2)$ e $\vec{c} = (2\alpha, 8, \alpha)$, determinar o valor de α para que o vetor $\vec{a} + \vec{b}$ seja ortogonal ao vetor $\vec{c} - \vec{a}$.
- Dados os pontos A(-1, 0, 5), B(2, -1, 4) e C(1, 1, 1), determinar x tal que \overline{AC} e \overline{BP} sejam ortogonais, sendo P(x, 0, x - 3).
- Provar que os pontos A(-1, 2, 3), B(-3, 6, 0) e C(-4, 7, 2) são vértices de um triângulo retângulo.
- Dados os pontos A(m, 1, 0), B(m - 1, 2m, 2) e C(1, 3, -1), determinar m de modo que o triângulo ABC seja retângulo em A. Calcular a área do triângulo.
- Encontrar os vetores unitários paralelos ao plano yOz e que são ortogonais ao vetor $\vec{v} = (4, 1, -2)$.

- 25) Determinar o ângulo entre os vetores
- a) $\vec{u} = (2, -1, -1)$ e $\vec{v} = (-1, -1, 2)$.
- b) $\vec{u} = (1, -2, 1)$ e $\vec{v} = (-1, 1, 0)$.
- 26) Seja o triângulo de vértices $A(3, 4, 4)$, $B(2, -3, 4)$ e $C(6, 0, 4)$. Determinar o ângulo interno ao vértice B. Qual o ângulo externo ao vértice B?
- 27) Calcular os ângulos internos do triângulo de vértices $A(2, 1, 3)$, $B(1, 0, -1)$ e $C(-1, 2, 1)$.
- 28) Calcular o valor de m de modo que seja 120° o ângulo entre os vetores $\vec{u} = (1, -2, 1)$ e $\vec{v} = (-2, 1, m + 1)$.
- 29) Calcular n para que seja de 30° o ângulo entre os vetores $\vec{v} = (-3, 1, n)$ e \vec{k} .
- 30) Se $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 2$ e 120° o ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} , determinar o ângulo entre $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ e construir uma figura correspondente a estes dados.

Respostas de Problemas Propostos

- 1) a) -2 b) 21 c) -4 d) 4
- 2) $a = \frac{5}{8}$
- 3) a) $(3, 6, -9)$ b) $(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, 1)$
- 4) $(-6, 3, -9)$
- 5) $(0, 3, 4)$ ou $(0, 3, -4)$
- 6) $(2, 0, -1)$
- 7) $\vec{x} = (2, -3, 4)$
- 8) a) 7 b) 38 c) -4 d) -181
- 9) -19
- 10) 200 e -200
- 11) a) 0 b) 2 c) -2 d) 2 e) 4 f) -4
- 12) $\sqrt{37}$, $\sqrt{13}$ e 7
- 13) a) 37 b) $\sqrt{50}$
- 15) -5

16) 3 ou -6

17) $x = \frac{25}{2}$

18) $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0$

19) $m = 1$ e $\frac{\sqrt{30}}{2}$

20) $(0, \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$ ou $(0, -\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}})$

21) $(1, -1, \sqrt{2})$ ou $(1, -1, -\sqrt{2})$

22) a) Dentre os infinitos possíveis: (1, 1, -1)

b) Um deles: $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$

c) Um deles: $(\frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}, -\frac{4}{\sqrt{3}})$

23) 10 e 10

25) a) 120° b) 150°

26) 45° e 135°

27) $\hat{A} \cong 50^\circ 57'$, $\hat{B} \cong 57^\circ 1'$, $\hat{C} \cong 72^\circ 2'$

28) 0 ou -18

29) $\sqrt{30}$

30) $\arccos \frac{3}{\sqrt{21}} \cong 49^\circ 6'$