CENTRO PAULA SOUZA — GOVERNO DO ESTADO SÃO PAULO CADA VEZ MELHOR			FACULDADE DE TECNOLOGIA DE ITAQUERA CURSO: FABRICAÇÃO		
Disciplina	**Cálculo Numérico**		**Professor(a)**	**Luis Carlos Barbosa Oliveira**	
Aluno(a)				**RM**	
Semestre		**Turno**		**Data**	
Avaliação Oficial – P2				**Nota**	

INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO: PROVA ESCRITA-SEM CONSULTA

DURAÇÃO: 90 MINUTOS

INSTRUÇÕES PARA A PROVA: Escrever as respostas à tinta. Numerar as páginas, caso utilize folhas avulsas. Responder em qualquer ordem desde que indicadas. Identificar todas folhas de respostas com nome, semestre, turno, curso e disciplina.

Objetivo: Avaliar conhecimentos sobre resolução de sistemas lineares e aproximação de dados tabelados por funções;

Conteúdos: Resolução de sistemas lineares pelos métodos da eliminação de Gauss e Gauss-Seidel; ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados;

Habilidades: Utilizar métodos numéricos para resolver sistemas lineares e para ajustar dados obtidos em experimentos pelo método dos mínimos quadrados.

Questão 1) (2,5) Escalone o sistema linear abaixo pelo método da eliminação de Gauss e determine a solução do sistema:

$$\begin{cases} 2x+3y-4z+2w=3 \\ x-3y+2z-w=2 \\ 3x-4y+2z+2w=3 \\ -4x+2y+2z+3w=4 \end{cases}$$

Resolução:

Escalonamento

$$\begin{cases} 2x+3y-4z+2w=3 \\ x-3y+2z-w=2 \\ 3x-4y+2z+2w=3 \\ -4x+2y+2z+3w=4 \end{cases} \sim \begin{cases} x-3y+2z-w=2 \\ 5y-4z+5w=-3 \\ -10y+10z-w=12 \\ 9y-8z+4w=-1 \end{cases} \sim$$

$$\sim \begin{cases} x-3y+2z-w=2 \\ 5y-4z+5w=-3 \\ 10z+45w=30 \\ -4z-25w=22 \end{cases} \sim \begin{cases} x-3y+2z-w=2 \\ 5y-4z+5w=-3 \\ 10z+45w=30 \\ -70w=340 \end{cases}$$

Solução do sistema:

$$S=\left\{\left(\frac{139}{7},\frac{169}{7},\frac{174}{7},\frac{-34}{7}\right)\right\} = \{(19{,}86\,;24{,}14\,;24{,}86\,;\,-4{,}57)\}$$

Veja abaixo a resolução da triangularizaçao usando o dispositivo pratico:

1	-3	1	2	1	-1	1	2
3	-4	3	2	3	1	3	3
	5		-4		4		-3
1	-3	1	2	1	-1	1	2
-4	2	-4	2	-4	3	-4	4
	-10		10		-1		12
1	-3	1	2	1	-1	1	2
2	3	2	-4	2	2	2	3
	9		-8		4		-1
		5	-4	5	5	5	-3
		-10	10	-10	-1	-10	12
			10		45		30
		5	-4	5	5	5	-3
		9	-8	9	4	9	-1
			-4		-25		22
				10	45	10	30
				-4	-25	-4	22
					-70		340

Questão 2) (2,5) Aproxime os dados abaixo por uma função da família $y(x) = a_0x + a_1x^2$

x	0	0,25	0,5	0,75	1
f(x)	1	1,284	1,6487	2,117	2,7183

A aproximação é pela família de funções do tipo: $y(x) = a_0x + a_1x^2$

Assim:

$$g_0(x) = x \quad ; \quad g_1(x) = x^2$$

x	f(x)	go=x	g1(x)=x^2	go*go	go*g1	g1*g1	g0*f	g1*f
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0,25	1,284	0,25	0,0625	0,0625	0,015625	0,003906	0,321	0,08025
0,5	1,6487	0,5	0,25	0,25	0,125	0,0625	0,82435	0,412175
0,75	2,117	0,75	0,5625	0,5625	0,421875	0,316406	1,58775	1,190813
1	2,7183	1	1	1	1	1	2,7183	2,7183
				1,875	1,5625	1,382813	5,4514	4,401538

Sistema normal:

$$\begin{cases} a_0(1{,}87) + a_1(1{,}56) = 5{,}45 \\ a_0(1{,}56) + a_1(1{,}38) = 4{,}4 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema , obtemos: $a_0 = 4{,}44$ e $a_1 = -1{,}83$

A função de ajuste fica:

$$y(x) = 4{,}44\,x + -1{,}83x^2$$

Questão 3)) (2,5) Resolva o sistema linear dado, pelo método iterativo de Gauss-Seidel, parando na segunda iteração:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 7z = 12 \\ 5x - 2y + 2z = 5 \\ x + 4y - z = 4 \end{cases}$$

O sistema de Gauss_Seidel fica:

$$\begin{cases} x = \frac{5}{5} + \frac{2y}{5} - \frac{2z}{5} \\ y = \frac{4}{4} - \frac{x}{4} + \frac{z}{4} \\ z = \frac{12}{7} - \frac{2x}{7} - \frac{3y}{7} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_{n+1} = 1 + 0{,}4y_n - 0{,}4z_n \\ y_{n+1} = 1 - 0{,}25x_{n+1} + 0{,}25z_n \\ z_{n+1} = 1{,}71 - 0{,}28x_{n+1} - 0{,}43y_{n+1} \end{cases}$$

Chute inicial: (1; 1; 1,71)

$$\left.\begin{matrix} x_1 = 0{,}716 \\ y_1 = 1{,}248 \\ z_1 = 0{,}972 \end{matrix}\right] \; ; \; \left.\begin{matrix} x_2 = 1{,}11 \\ y_2 = 0{,}965 \\ z_2 = 0{,}984 \end{matrix}\right] \; ; \; \left.\begin{matrix} x_3 = 0{,}993 \\ y_3 = 0{,}998 \\ z_3 = 1{,}003 \end{matrix}\right]$$

Questão 4) (2,5) Para ajustar os dados de uma tabela, você precisa estabelecer um ***sistema normal*** para determinar os coeficientes que multiplicam as variáveis da função que você quer aproximar. Escreva o sistema normal para ajustar uma função com os coeficientes a_0, a_1, a_2.

Resolução:

$$\begin{cases} a_0 \cdot \sum g_0(x_i)g_0(x_i) + a_1 \sum g_0(x_i)g_1(x_i) + a_2 \sum g_0(x_i)g_2(x_i) = \sum g_0(x_i)f(x_i) \\ a_0 \cdot \sum g_1(x_i)g_0(x_i) + a_1 \sum g_1(x_i)g_1(x_i) + a_2 \sum g_1(x_i)g_2(x_i) = \sum g_1(x_i)f(x_i) \\ a_0 \cdot \sum g_m(x_i)g_0(x_i) + a_1 \sum g_m(x_i)g_1(x_i) + a_2 \sum g_m(x_i)g_2(x_i) = \sum g_m(x_i)f(x_i) \end{cases}$$