<table>
<tr><td colspan="4">CENTRO PAULA SOUZA — GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO</td><td colspan="3">Fatec Itaquera Prof. Miguel Reale
CURSO: Fabricação</td></tr>
<tr><td>**Disciplina**</td><td colspan="3">**Geometria Analítica**</td><td>**Professor(a)**</td><td colspan="2">**Luis Carlos Barbosa Oliveira**</td></tr>
<tr><td>**Aluno(a)**</td><td colspan="4"></td><td>**RM**</td><td></td></tr>
<tr><td>**Semestre**</td><td>**1º**</td><td>**Turno**</td><td></td><td>**Data**</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="4">**Avaliação Oficial – P1 ♣**</td><td>**Nota**</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO: PROVA ESCRITA-SEM CONSULTA

DURAÇÃO 120 MINUTOS

INSTRUÇÕES PARA A PROVA : Respostas à tinta. Numerar as páginas. Responder em qualquer ordem desde que indicadas. Identificar em todas as folhas: nome, semestre, turno, curso e disciplina.

Objetivo: Avaliar conhecimentos sobre Multiplicação entre vetores de duas e três coordenadas e suas aplicações.
Conteúdos: Multiplicação vetorial e mista, entre vetores no plano e no espaço; cálculo de áreas e de raízes.
Habilidades: Multiplicar dois vetores na forma vetorial e mista; calcular a área e o volume de figuras geométricas.

Questões

Questão 1) (1,5 ponto) Dados os pontos $A(2,-1,2)$, $B(1,2,-1)$ e $C(3,2,1)$, determine o vetor:
$\overrightarrow{CB} \times (\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA})$

Resolução:

$$\overrightarrow{CB} = (-2,0,-2) \;\; ; \;\; \overrightarrow{CA} = (-1,-3,1) \;\; ; \;\; \overrightarrow{BC} = (2,0,2)$$

$$\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA} = (2,0,2) - (-2,-6,2) = (4,6,0)$$

$$\overrightarrow{CB} \times \left(\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA}\right) = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -2 & 0 & -2 \\ 4 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 12\vec{\imath} - 8\vec{\jmath} - 12\vec{k}$$

Portanto:

$$\overrightarrow{CB} \times \left(\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA}\right) = (12,-8,-12)$$

Questão 2) (2 pontos) Calcule a área do triângulo cujos vértices são $A(2,3,-1)$, $B(-1,0,2)$ e $C(3,1,-2)$. Determine a sua altura em relação ao vértice A.

$$\overrightarrow{BC} = (3,3,-3) \ ; \ \overrightarrow{BA} = (4,1,-4)$$

A$_{\text{triangulo}}$ = ½ **A**$_{\text{paralelogramo}}$

$$\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 3 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & -4 \end{vmatrix} = -9\vec{\imath} + 0\vec{\jmath} - 9\vec{k}$$

$$\boldsymbol{A_p} = \|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}\| = \sqrt{\mathbf{81+81}} = \sqrt{\mathbf{162}}\boldsymbol{uA} \ ; \ \boldsymbol{A_t} = \frac{\sqrt{\mathbf{162}}}{\mathbf{2}} \ \boldsymbol{uA}$$

Altura do triângulo é igual altura do paralelogramo de base BC

$$\boldsymbol{h_p} = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\sqrt{\mathbf{162}}}{\sqrt{\mathbf{16+1+16}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{162}}}{\sqrt{\mathbf{33}}} \ \boldsymbol{uC}$$

Questão 3) (1,5 ponto) Sabendo que $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot sen\theta$, determine o comprimento do vetor $\vec{F}$, de modo que o $\|\vec{F} \times \vec{R}\| = 3\sqrt{3}$, o comprimento do vetor $\vec{R}$ é igual a 3 e o ângulo formado pelos vetores em questão é de $60°$.

Resoluçao:

$$\|\vec{F} \times \vec{R}\| = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{R}\| \cdot sen60$$

$$\|\vec{F}\| = \frac{\|\vec{F} \times \vec{R}\|}{\|\vec{R}\| \cdot sen60} = \frac{3\sqrt{3}}{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2 \ un$$

Questão 4) (1,5 pontos) Verifique se os vetores $\vec{u} = (3,-1,2)$, $\vec{v} = (1,2,1)$ e $\vec{w} = (-2,3,4)$ são coplanares. Explique sua resposta.

Os vetores são coplanares se o produto misto entre eles é igual a zero.

$$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 3(5) + 1(6) + 2(7) = 35$$

Como o produto misto é diferente de zero, então os vetores não são coplanares

Questão 5) (1,5 ponto) Dados os pontos $A(2,-2,-3)$, $B(5,-1,1)$ e $C(m,1,2)$ e $D(3,-2,-2)$, determine o valor de m para que os pontos estejam contidos em um único plano

Os pontos são coplanares se o produto misto entre os vetores formados pelos pontos acima é igual a zero.

$$\overrightarrow{AB} = (3,1,4) \quad ; \quad \overrightarrow{AC} = (m-2,3,5) \quad ; \quad \overrightarrow{AD} = (1,0,1)$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = \begin{vmatrix} m-2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (m-2)(-1) - 3(1) + 5(1) = -m + 2 - 3 + 5 = -m + 4$$

-m+4=0 → m = 4

Questão 6) (2,0 ponto) Os vetores $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{v} = 6\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{w} = -4\vec{i} + \vec{k}$ formam um paralelepípedo. Calcule o seu volume e a sua altura em relação à área determinada pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

$$V = [\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 6 & -4 & -2 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2(-4) + 1(-2) = -10$$

$V = |-10| = 10\, uV$

$$\boldsymbol{Altura = \frac{V}{B}}$$

$$B = \vec{v} \times \vec{w} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & -4 & -2 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -4\vec{i} + 8\vec{j} - 16\vec{k}$$

$$\boldsymbol{Altura = \frac{10}{\sqrt{16+4+256}} = \frac{10}{\sqrt{276}}\, uC}$$