



CENTRO PAULA SOUZA

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Fatec

Itaquera
Prof. Miguel Reale

CURSO: Fabricação

Disciplina	Cálculo 2		Professor(a)	Luis Carlos Barbosa Oliveira	
Aluno(a)				RM	
Semestre	2º	Turno		Data	
Avaliação Oficial – P1 ♠				Nota	

INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO: PROVA ESCRITA-SEM CONSULTA

DURAÇÃO 120 MINUTOS

INSTRUÇÕES PARA A PROVA : Respostas à tinta. Numerar as páginas. Responder em qualquer ordem desde que indicadas. Identificar em todas as folhas: nome, semestre, turno, curso e disciplina.

Objetivo: Avaliar conhecimentos sobre de integrais indefinidas e definidas;

Conteúdos: Integrais indefinidas e definidas; Teorema Fundamental do Cálculo, cálculo de áreas e de volumes de sólido de revolução, de regiões limitadas por funções.

Habilidades: Calcular integrais indefinidas e definidas e aplicar este conceito no cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução.

Questões:

Questão 1) (1,5 pontos) Calcule as integrais definidas, dadas abaixo:

a) $\int (2v + 5)(3u - 1) du$

$$\int (2v + 5)(3u - 1) du = \int 6vu - 2v + 15u - 5 du = 3vu^2 - 2vu + \frac{15}{2}u^2 - 5u + c$$

b) $\int \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x) dx$

$$\int \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{sen}(2x) + c$$

Pois: $\left[\frac{1}{4} \text{sen}(2x) \right]' = \frac{1}{2} \cos(2x)$

Questão 2) (1,5 pontos) Calcule as integrais abaixo, por substituição:

a) $\int \frac{t}{t-2} dt$

b) $\int x^2 \cdot \text{sen}(1 + x^3) dx$

Dica: $\frac{a}{a+1} = \frac{a+1-1}{a+1} = 1 - \frac{1}{a+1}$

$$\int \frac{t}{t-2} dt = \int \frac{t-2+2}{t-2} dt = \int \left(1 + \frac{2}{t-2}\right) dt = \int (1) dt + \int \left(\frac{2}{t-2}\right) dt =$$

$$\text{Como } u = t - 2 \rightarrow du = dt$$

$$\int \frac{t}{t-2} dt = t - 2 \ln|t-2| + c$$

b) $\int x^2 \cdot \text{sen}(1 + x^3) dx$

Como $u = 1 + x^3 \rightarrow du = 3x^2 dx$ e $\frac{1}{3} du = x^2 dx$

$$\int x^2 \cdot \text{sen}(1 + x^3) dx = \int \text{sen}(u) \frac{1}{3} du = -\frac{1}{3} \cos\left(1 + x^{\frac{3}{2}}\right) + c$$

Questão 3) (1,5 ponto) Sabendo que a taxa de variação do custo $C(x)$ de produzir x unidades de um dado produto é $cv(x) = 3x^2 - 4x$, determine a função do custo de produção, $C(x)$, sabendo que para produzir 3 unidades, o custo é \$9.

Como $C(x) = \int 3x^2 - 4x dx = \frac{3x^3}{3} - 4x^2 + c = x^3 - 2x^2 + c$

E como $9 = (3)^2 - 2(3)^2 + c$

Então $c = 0$ e $C(x) = x^3 - 2x^2$

Questão 4) (1,5 ponto) Calcule as integrais abaixo, por partes

a) $\int v \cdot e^v dv$

como $u = v \rightarrow du = dv$ e

$dw = e^v dv \rightarrow w = e^v$,

$$\int v \cdot e^v dv = v \cdot e^v - \int e^v dv = v \cdot e^v - e^v + c$$

$$b) \int \ln(2x + 1) dx$$

$$\text{como } u = \ln(2x + 1) \rightarrow du = \frac{2}{2x+1} dx$$

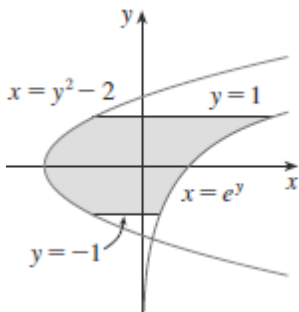
e $dv = dx \rightarrow v = x$, assim:

$$\int \ln(2x + 1) dx = \ln(2x + 1) \cdot x - \int x \cdot \frac{2}{2x+1} dx =$$

$$\text{Mas } \int \frac{2x}{2x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right) dx = \int (1) dx - \int \left(\frac{1}{2x+1}\right) dx = x - \frac{1}{2} \ln|2x - 1|, \text{ então:}$$

$$\int \ln(2x + 1) dx = x \ln(2x + 1) - \left(x - \frac{1}{2} \ln|2x - 1|\right) = x \cdot \ln(2x + 1) - x + \frac{1}{2} \ln|2x - 1| + c$$

Questão 5) (2,0 ponto) Calcule a área da região sombreada, abaixo:



$$A = \int_{-1}^1 [e^y - (y^2 - 2)] dy = \int_{-1}^1 [e^y - y^2 + 2] dy =$$

$$= \left[e^y - \frac{y^3}{3} + 2y \right]_{-1}^1 = 5,67 \text{ uA}$$

Questão 6) (2,0 ponto) Calcule o volume do sólido de revolução da região limitada pelas funções $y = x^2$ e $y = 2x$, em torno do eixo x

$$V = \pi \int_0^2 (2x)^2 dx - \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 (x^4) dx = \pi \left[\frac{4x^3}{3} \right]_0^2 - \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \pi \left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right)$$

$$= \frac{64}{15} \pi \text{ uV}$$