



CENTRO PAULA SOUZA

GOVERNO DO ESTADO
DE SÃO PAULO**Fatec**Itaquera
Prof. Miguel Reale**CURSO: Fabricação**

Disciplina	Cálculo 2		Professor(a)	Luis Carlos Barbosa Oliveira	
Aluno(a)				RM	
Semestre	2º	Turno		Data	
Avaliação Oficial – P1 ♣				Nota	

INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO: PROVA ESCRITA-SEM CONSULTA**DURAÇÃO 120 MINUTOS****INSTRUÇÕES PARA A PROVA :** Respostas à tinta. Numerar as páginas. Responder em qualquer ordem desde que indicadas. Identificar em todas as folhas: nome, semestre, turno, curso e disciplina.**Objetivo:** Avaliar conhecimentos sobre de integrais indefinidas e definidas;**Conteúdos:** Integrais indefinidas e definidas; Teorema Fundamental do Cálculo, cálculo de áreas e de volumes de sólido de revolução, de regiões limitadas por funções.**Habilidades:** Calcular integrais indefinidas e definidas e aplicar este conceito no cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução.**Questões:****Questão 1)** (1,5 pontos) Calcule as integrais definidas, dadas abaixo:

a) $\int (1-t)(2v+t^2)dt$

b) $\int 2e^x + 4 \cos(x) dx$

$$= \int (2v + t^2 - 2vt - t^3) du =$$

$$= 2vt + \frac{t^3}{3} - \frac{2vt^2}{2} - \frac{t^4}{4}$$

$$= -\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} - vt^2 + 2vt + c$$

$$\int 2e^x + 4 \cos(x) dx =$$

$$= 2e^x + 4 \sin(x) + c$$

Questão 2) (1,5 pontos) Calcule as integrais abaixo, por substituição:

a) $\int \frac{x}{x+3} dx$

b) $\int \sqrt{x} \cdot \sin\left(1+x^{\frac{3}{2}}\right) dx$

Dica: $\frac{a}{a+1} = \frac{a+1-1}{a+1} = 1 - \frac{1}{a+1}$; $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$$\int \frac{x}{x+3} dx = \int \frac{x+3-3}{x+3} dx$$

$$= \int \left(1 - \frac{3}{x+3}\right) dx =$$

$$= \int (1) dx - \int \left(\frac{3}{x+3}\right) dx =$$

Como $u = x + 3 \rightarrow du = dx$

$$= x - 3 \ln|x + 3| + c$$

$$= \int x^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sen}\left(1 + x^{\frac{3}{2}}\right) dx =$$

Como $u = 1 + x^{\frac{3}{2}} \rightarrow du = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} dx$ e

$$\frac{2}{3} du = x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \int \text{sen}(u) \frac{2}{3} du =$$

$$-\frac{2}{3} \cos\left(1 + x^{\frac{3}{2}}\right) + c$$

Questão 3 (1,5 ponto) Sabendo que a taxa de variação do custo $C(x)$ de produzir x unidades de um dado produto é $cv(x) = 6x - 3$, determine a função do custo de produção, $C(x)$, sabendo que para produzir 9 unidades, o custo é \$216.

Como $C(x) = \int 6x - 3 dx = \frac{6x^2}{2} - 3x + c = 3x^2 - 3x + c$

E como $216 = 3(9)^2 - 3(9) + c$

Então $c = 0$ e $C(x) = 3x^2 - 3x$

Questão 4 (1,5 ponto) Calcule as integrais abaixo, por partes

a) $\int v \cdot \cos(v) dv$

como $u = v \rightarrow du = dv$ e

$dw = \cos(v) dv \rightarrow w = \text{sen}(v)$,

$$\int v \cdot \cos(v) dv = v \text{sen}(v) - \int \text{sen}(v) dv = v \text{sen}(v) + \cos(v) + c$$

b) $\int \ln(2x + 1) dx$

como $u = \ln(2x + 1) \rightarrow du = \frac{2}{2x+1} dx$

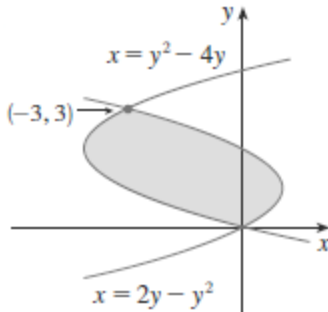
e $dv = dx \rightarrow v = x$, assim:

$$\int \ln(2x + 1) dx = \ln(2x + 1) \cdot x - \int x \cdot \frac{2}{2x+1} dx =$$

Mas $\int \frac{2x}{2x+1} dx = \int (1 - \frac{1}{2x+1}) dx = \int (1) dx - \int (\frac{1}{2x+1}) dx = x - \frac{1}{2} \ln|2x - 1|$, então:

$$\int \ln(2x + 1) dx = x \ln(2x + 1) - (x - \frac{1}{2} \ln|2x - 1|) = x \cdot \ln(2x + 1) - x + \frac{1}{2} \ln|2x - 1| + c$$

Questão 5) (2,0 ponto) Calcule a área da região sombreada, abaixo:



$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 [2y - y^2 - (y^2 - 4y)] dy = \int_0^3 [2y - y^2 - y^2 + 4y] dy = \int_0^3 -2y^2 + 6y dy \\ &= -\frac{2}{3} y^3 + 3y^2 \Big|_0^3 = -18 + 27 = 9 \text{ uA} \end{aligned}$$

Questão 6) (2,0 ponto) Calcule o volume do sólido de revolução da região limitada pelas funções $y = x^3$ e $y = x$, para $x \geq 0$, em torno do eixo x .

$$V = \pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^6 dx = \pi \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 - \pi \left[\frac{x^7}{7} \right]_0^1 = \pi \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right) = \frac{4}{21} \pi \text{ uV}$$